

# BÀI TẬP RÈN LUYỆN: PHÂN THỨC HỮU TỈ.

## A. BÀI TẬP MINH HỌA:

**Câu hỏi 1: Tìm đa thức còn thiếu.**

Phương pháp:

1. Sử dụng định nghĩa hai phân thức bằng nhau để tìm đa thức thích hợp còn thiếu.
2. Sử dụng phép chia đa thức để tìm đa thức còn thiếu.

**Ví dụ 1:** Tìm đa thức  $A$  biết rằng:

$$\frac{9x^2 - 64}{3x^2 - 8x} = \frac{A}{x}$$

Hướng dẫn giải:

$$A = \frac{x \cdot (9x^2 - 64)}{3x^2 - 8x} = 3x + 8.$$

**Câu hỏi 2: Rút gọn phân thức.**

Phương pháp:

- **Bước 1:** Phân tích tử thức và mẫu thức thành nhân tử.
- **Bước 2:** Chia cả tử thức và mẫu thức cho nhân tử chung.

**Ví dụ 2:** Rút gọn phân thức:  $A = \frac{(b-c)^3 + (c-a)^3 + (a-b)^3}{a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b)}$ .

Hướng dẫn giải:

Phân tích mẫu thức thành nhân tử:

$$\begin{aligned} a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) &= a^2(b-c) + b^2c - ab^2 + ac^2 - bc^2 \\ &= a^2(b-c) + bc(b-c) - a(b^2 - c^2) \end{aligned}$$

$$= (b - c)(a - b)(a - c).$$

$$\text{Do đó: } A = \frac{(b-c)^3 + (c-a)^3 + (a-b)^3}{(b-c)(a-b)(a-c)}.$$

Ta có nhận xét: Nếu  $x + y + z = 0$  thì  $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$ .

Đặt  $b - c = x; c - a = y; a - b = z$  thì  $x + y + z = 0$ .

$$\text{Từ đó ta có: } A = \frac{x^3 + y^3 + z^3}{xyz} = -3.$$

### Câu hỏi 3: Quy đồng mẫu thức nhiều phân thức.

#### Phương pháp:

- Bước 1: Phân tích các mẫu thức thành nhân tử rồi tìm mẫu thức chung.
- Bước 2: Tìm nhân tử phụ của mỗi phân thức.
- Bước 3: Nhân cả tử và mẫu của mỗi phân thức với nhân tử phụ tương ứng.

#### Ví dụ 3: Quy đồng mẫu thức các phân thức sau:

a)  $\frac{6}{x^2y^3}; \frac{7}{15x^4y^4}$ .

b)  $\frac{3}{14x^2y^5}; \frac{11}{20x^3y^7}$ .

#### Hướng dẫn giải:

a) Mẫu thức chung:  $15x^5y^4$ .

$$\frac{6}{x^2y^3} = \frac{6 \cdot 15x^3y}{x^2y^3 \cdot 15x^3y} = \frac{90x^3y}{15x^5y^4}; \frac{7}{15x^4y^4} = \frac{7 \cdot x}{15x^4y^4 \cdot x} = \frac{7x}{15x^5y^4}.$$

b) Mẫu thức chung:  $140x^6y^7$ .

$$\frac{3}{14x^2y^5} = \frac{3 \cdot 10x^4y^2}{14x^2y^5 \cdot 10x^4y^2} = \frac{30x^4y^2}{140x^6y^7}; \frac{11}{20x^3y^7} = \frac{11 \cdot 7x^3}{20x^3y^7 \cdot 7x^3} = \frac{77x^3}{140x^6y^7}.$$

### Câu hỏi 4: Cộng, trừ các phân thức đại số.

**Phương pháp:**

a) Đối với các phân thức cùng mẫu:

$$\frac{A}{B} \pm \frac{C}{B} = \frac{A \pm C}{B}.$$

b) Đối với các phân thức không cùng mẫu:

- Thực hiện quy đồng mẫu thức để đưa các phân thức về cùng mẫu.
- Cộng, trừ tử thức với nhau, giữ nguyên mẫu thức.

$$\frac{A}{B} \pm \frac{C}{D} = \frac{AD}{BD} \pm \frac{BC}{BD} = \frac{AD \pm BC}{BD}.$$

**Ví dụ 4:** Rút gọn phân thức:

$$A = \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{1+x^4} + \frac{8}{1+x^8}.$$

**Hướng dẫn giải:**

$$\begin{aligned} A &= \frac{2}{1-x^2} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{1+x^4} + \frac{8}{1+x^8} \\ &= \frac{4}{1-x^4} + \frac{4}{1+x^4} + \frac{8}{1+x^8} \\ &= \frac{8}{1-x^8} + \frac{8}{1+x^8} = \frac{16}{1-x^{16}}. \end{aligned}$$

**Ví dụ 5:** Thực hiện các phép tính:

a)  $\frac{x+3}{x+1} - \frac{2x-1}{x-1} - \frac{x-3}{x^2-1}.$

b)  $\frac{1}{x(x+y)} + \frac{1}{y(x+y)} + \frac{1}{x(x-y)} + \frac{1}{y(y-x)}.$

**Hướng dẫn giải:**

a)  $\frac{x+3}{x+1} - \frac{2x-1}{x-1} - \frac{x-3}{x^2-1} = \frac{(x+3)(x-1) - (2x-1)(x+1) - (x-3)}{x^2-1} = -1.$

b)  $\frac{1}{x(x+y)} + \frac{1}{y(x+y)} + \frac{1}{x(x-y)} + \frac{1}{y(y-x)} = \frac{x+y}{xy(x+y)} + \frac{y-x}{xy(x-y)} = \frac{1}{xy} - \frac{1}{xy} = 0.$

**Câu hỏi 5: Nhân, chia các phân thức đại số.****Phương pháp:**

- Sử dụng quy tắc nhân hai phân thức đại số:

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A.C}{B.D} \text{ và } A \cdot \frac{C}{D} = \frac{A.C}{D}.$$

- Sử dụng quy tắc chia hai phân thức đại số:

- Nếu  $C, D \neq 0$  thì  $\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C} = \frac{A.D}{B.C}$ .

- Nếu  $C \neq 0$  thì  $\frac{A}{B} : C = \frac{A}{B} \cdot \frac{1}{C} = \frac{A}{B.C}$ .

**Ví dụ 6:** Rút gọn biểu thức:

$$B = \frac{2x^2 - 8}{x^2 + x + 5} \cdot \frac{5x^2 + 5x + 25}{x^2 - x - 12} : \frac{10x^2 - 40}{x^2 - 5x + 4}.$$

**Hướng dẫn giải:**

$$B = \frac{2(x^2 - 4)}{x^2 + x + 5} \cdot \frac{5(x^2 + x + 5)}{(x - 4)(x + 3)} \cdot \frac{(x - 4)(x - 1)}{10(x^2 - 4)} = \frac{x - 1}{x + 3}$$

**Câu hỏi 6: Rút gọn và tính giá trị biểu thức.****Phương pháp:**

- Thực hiện phép cộng, trừ, nhân, chia các phân thức để rút gọn biểu thức.
- Thay giá trị của biến vào biểu thức đã rút gọn được.

**Ví dụ 7:** Cho biểu thức  $B = \frac{3x^2 - 12}{(x - 3)(x^2 + 4x + 4)}$ . Tính giá trị của biểu thức tại  $x = 4$ .**Hướng dẫn giải:**

$$B = \frac{3x^2 - 12}{(x - 3)(x^2 + 4x + 4)} = \frac{3(x - 2)}{(x - 3)(x + 2)}$$

Thay  $x =$  vào biểu thức ta được:  $B = 1$ .

## B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN:

**Bài 1.** Rút gọn các phân thức:

$$\text{a) } A = \frac{1235 \cdot 2469 - 1234}{1234 \cdot 2469}.$$

$$\text{b) } B = \frac{4002}{1000 \cdot 1002 - 999 \cdot 1001}.$$

Hướng dẫn giải:

a) Đặt  $1234 = x$ .

$$A = \frac{(x+1)(2x+1) - x}{x(2x+1) + x+1} = 1.$$

b) Đặt  $1000 = x$ .

$$B = \frac{4x+2}{x(x+2) - (x-1)(x+1)} = 2.$$

**Bài 2.** Chứng minh rằng phân số  $\frac{n^7+n^2+1}{n^8+n+1}$  không tối giản với mọi số nguyên dương  $n$ .

Hướng dẫn giải:

Ta có:

$$n^7 + n^2 + 1 = (n^2 + n + 1)(n^5 - n^4 + n^2 - n + 1)$$

$$n^8 + n + 1 = (n^2 + n + 1)(n^6 - n^5 + n^3 - n^2 + 1)$$

Tử và mẫu thức cùng chứa thừa số  $n^2 + n + 1 > 1$  nên phân số  $\frac{n^7+n^2+1}{n^8+n+1}$  không tối giản với mọi số nguyên dương  $n$ .

**Bài 3.** Viết gọn biểu thức sau dưới dạng một phân thức:

$$(x^2 - x + 1)(x^4 - x^2 + 1)(x^8 - x^4 + 1)(x^{16} - x^8 + 1)(x^{32} - x^{16} + 1).$$

Hướng dẫn giải:

Đặt  $A = (x^2 - x + 1)(x^4 - x^2 + 1)(x^8 - x^4 + 1)(x^{16} - x^8 + 1)(x^{32} - x^{16} + 1)$ .

Ta có:  $(x^2 + x + 1).A = (x^{64} + x^{32} + 1)$ .

Do  $x^2 - x + 1 \neq 0$  nên  $A = \frac{x^{64} + x^{32} + 1}{x^2 - x + 1}$ .

**Bài 4.** Cho  $3y - x = 6$ . Tính giá trị của biểu thức  $A = \frac{x}{y-2} + \frac{2x-3y}{x-6}$ .

Hướng dẫn giải:

$$A = \frac{x}{y-2} + \frac{2x-3y}{x-6} = \frac{3y-6}{y-2} + \frac{2x-x-6}{x-6} = 3 + 1 = 4.$$

**Bài 5.** Cho biểu thức  $\left(\frac{x+1}{2x-2} + \frac{3}{x^2-1} - \frac{x-3}{2x+2}\right) \cdot \frac{4x^2-4}{5}$ .

- Tìm điều kiện của  $x$  để giá trị của biểu thức được xác định.
- Chứng minh rằng khi giá trị của biểu thức xác định thì nó không phụ thuộc vào giá trị của biến  $x$ .

Hướng dẫn giải:

a) Biểu thức xác định khi  $2x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$ ;  $2x^2 - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 1$ .

Vậy điều kiện của  $x$  là  $x \neq \pm 1$ .

$$b) \left(\frac{x+1}{2x-2} + \frac{3}{x^2-1} - \frac{x-3}{2x+2}\right) \cdot \frac{4x^2-4}{5} = \left(\frac{x+1}{2(x-1)} + \frac{3}{(x-1)(x+1)} - \frac{x-3}{2(x+1)}\right) \cdot \frac{4(x-1)(x+1)}{5} = 4.$$

Vậy với  $x \neq \pm 1$  thì biểu thức bằng 4, nên không phụ thuộc vào giá trị của biến  $x$ .

**Bài 6.** Cho  $x + \frac{1}{x} = a$ . Tính giá trị của các biểu thức sau theo  $a$ :

a)  $x^2 + \frac{1}{x^2}$ .

b)  $x^3 + \frac{1}{x^3}$ .

c)  $x^4 + \frac{1}{x^4}$ .

Hướng dẫn giải:

a)  $x^2 + \frac{1}{x^2} = a^2 - 2$ .

$$\text{b) } x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) = a^3 - 3a.$$

$$\text{c) } x^4 + \frac{1}{x^4} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2x^2 \cdot \frac{1}{x^2} = (a^2 - 2)^2 - 2 = a^4 - 4a^2 + 2.$$